XIV МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

3 (заключительный) этап, 26–29 марта 2022 г.

***Второй день.***

**5.** В выпуклом пятиугольнике *ABCDE* диагонали *AD* и *CE* пересекаются в точке *X*. Оказалось, что *ABCX* — параллелограмм и *BD* = *CX*; *BE* = *AX*. Докажите, что *AE* = *CD*.

**6.** Докажите, что для любого целого неотрицательного числа *k*, не превосходящего , существуют такие 2022 числа, что все их  попарные суммы различны и среди этих сумм ровно *k* положительных.

**7.** Положительные числа *a*, *b*, *c* и *d* не превосходят единицы. Докажите неравенство

.

**8.** В кружке 42 человека, любые двое из которых имеют среди кружковцев не менее десяти общих друзей. Докажите, что найдутся двое, имеющие среди кружковцев не менее двенадцати общих друзей.